EXERCICE N°1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x+1} & \text{si } x\geq 0\\ 2x^2+1 & \text{si } x<0\end{cases}$

1/ Etudier la continuité de f en 0

2/a) Etudier la dérivabilité de f en 0

b) Interpréter graphiquement les résultats trouvés

3/ Calculer la fonction dérivée de f sur chaque intervalle

4/ Dresser le tableau de variation de f

5/ Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$; Interpréter graphiquement les résultats obtenues

EXERCICE N°2

Soit f la fonction définie sur IR par :

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{3x+2}{x+2} & \text{si } x>0\\ 3-\sqrt{x^2+4} & \text{si } x\leq 0\end{cases}$$

1/ Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

2/ a) Montrer que f est continue en 0

b) Déterminer le domaine de continuité de f

3/ a) Montrer que f n'est pas dérivable en 0

b) Déterminer les équations cartésiennes des demies tangentes à (C_f) au point A (0,1) ; (C_f) étant la courbe représentative de f dans un repère cartésien

4/a) Calculer la fonction dérivée de f sur chaque intervalle.

b) Dresser le tableau de variation de f sur IR

5/a) Montrer que (C_f) admet une asymptote horizontale au voisinage de $(+\infty)$

b) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)-x$; Interpréter graphiquement le résultat obtenue

Exercice N°3

Le plan complexe P muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$,

I- 1/ Calculer $(2-i)^2$

2/ Résoudre dans C l'équation : $Z^2-(8+5i)Z+9+21i=0$

II- Soit A , B et C les points d'affixes respectives 3 + 3i ; 5 +2i et 1 +2i.

1/a) Placer les points A ; B et C

b) Calculer AB

c) Déterminer et construire l'ensemble E des points M d'affixes z tel que $|z-3-3i|=\sqrt{5}$

2/a) Déterminer $z_{B'}$ l'affixe du point B' = S_A(B)

b) Montrer que BB'C est un triangle rectangle en C

c) Soit C' le point d'affixe $z_{C'}$ = 5+4i

Montrer que BCB'C' est un rectangle

EXERCICE N°4

1/ Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 - 2iz - 4 = 0$

2/ On donne l'équation (E') : $z^3 - iz^2 - 2z - 4i = 0$

a) Vérifier que $z_0 = -i$ est une racine de (E')

b) Déterminer deux nombres complexes b et c vérifiant : $z^3 - iz^2 - 2z - 4i = (z+i)(z^2 + bz + c)$

c) Résoudre alors (E') dans $\mathbb{C}$

3/ On donne dans le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(o;\vec{u};\vec{v})$ les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = -i$; $z_B = \sqrt{3} + i$; $z_C = -\sqrt{3} + i$

a) Ecrire sous forme exponentielle les complexes z_A ; z_B et z_C

b) Placer les points A, B et C

c) Montrer que ABC est un triangle isocèle

Exercice N°5:

1) Soit θ un réel de l'intervalle $[0, 2\pi[$. Vérifier que $(e^{i\theta} - i)^2 = -1 + e^{2i\theta} - 2ie^{i\theta}$

2) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation : $z^2 - 2iz + 2ie^{i\theta} - e^{2i\theta} = 0$

3) On désigne par M_1 et M_2 les points d'affixes respectives $e^{i\theta}$ et $2i - e^{i\theta}$

a) Déterminer et construire l'ensemble ζ_1 décrit par le point M_1 lorsque θ varie dans $[0, 2\pi[$

b) Calculer l'affixe du milieu I du segment $[M_1M_2]$

c) Déduire et construire l'ensemble ζ_2 décrit par le point M_2 lorsque θ varie dans $[0, 2\pi[$

4) Montrer que $(M_1M_2)^2 = 8(1 - \sin\theta)$. Déduire la valeur de θ pour laquelle M_1M_2 est maximale